

EJERCICIOS ASÍNTOTAS

Halla las asíntotas de las siguientes funciones y sitúa la curva respecto a ellas:

1) $y = \frac{x+2}{2x-4}$

2) $y = -\frac{3x^2}{(x+1)^2}$

3) $y = \frac{x^3}{x^2-1}$

4) $y = \frac{2x^2}{x+2}$

SOLUCIONES

1) $y = \frac{x+2}{2x-4}$ $2x-4=0 \Rightarrow x=2$ asíntota vertical $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{2x-4} = \infty$

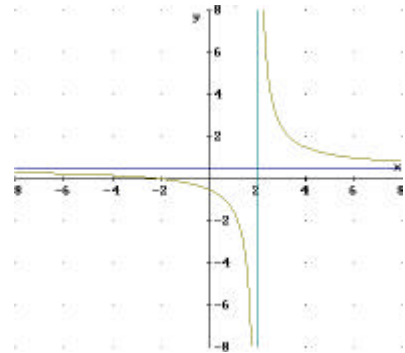
por la izquierda: $2-0,01=1,99 \Rightarrow y = \frac{+}{-} = -$;por la

derecha: $2+0,01=2,01 \Rightarrow y = \frac{+}{+} = +$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{2x-4} = \frac{1}{2}$ Asíntota horizontal la recta $y = \frac{1}{2}$

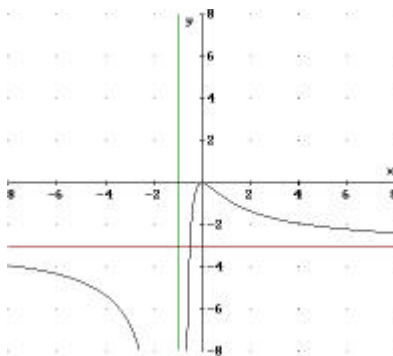
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+2}{2x-4} \Rightarrow x=10000 \Rightarrow y = \frac{10002}{19996} > \frac{1}{2}$ (por encima de

la asíntota) ; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{2x-4} \Rightarrow x=-10000 \Rightarrow y = \frac{-9998}{-20004} < \frac{1}{2}$ (por debajo de la asíntota)



2) $y = -\frac{3x^2}{(x+1)^2} \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$ Asíntota vertical

$\lim_{x \rightarrow -1} \left(-\frac{3x^2}{(x+1)^2} \right) = -\infty$, por ambos lados, ramas convergentes hacia abajo



$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(-\frac{3x^2}{(x+1)^2} \right) = -\frac{3}{1} = -3$ Asíntota horizontal la recta $y = -3$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{3x^2}{(x+1)^2} \right) \Rightarrow x=10000 \Rightarrow y = -\frac{300000000}{10020001} > -3$
(por encima de la asíntota) ;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{3x^2}{(x+1)^2} \right) \Rightarrow x=-10000 \Rightarrow y = -\frac{300000000}{9980001} < -3$
(por debajo de la asíntota)

$$3) y = \frac{x^3}{x^2 - 1} \Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow \text{Asíntotas verticales } x = 1 \text{ y } x = -1$$

Para $x = 1$: por la izda: $1 - 0,01 = 0,99 \Rightarrow y < 0$; por la dcha: $1 + 0,01 = 1,01 \Rightarrow y > 0$

Para $x = -1$: por la izda: $-1 - 0,01 = -1,01 \Rightarrow y < 0$;

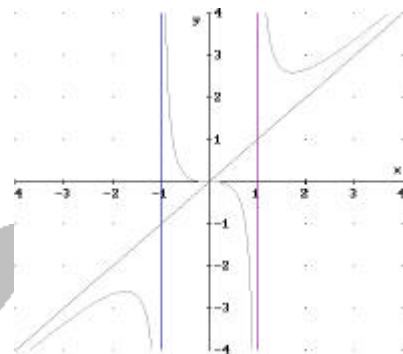
por la dcha: $-1 + 0,01 = -0,99 \Rightarrow y > 0$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^2 - 1} = \infty \Rightarrow$ no tiene asíntota horizontal, pero sí asíntota oblicua, dividimos

numerador entre denominador, y nos queda: $\frac{x^3}{x^2 - 1} = x + \frac{x}{x - 1} \Rightarrow y = x$

Para valores grandes de x , por ej. $x = 10000 \Rightarrow \frac{x}{x - 1} > 0$

luego, la gráfica queda por encima de la asíntota, y para valores muy pequeños $x = -10000 \Rightarrow \frac{x}{x - 1} < 0$ luego, queda por debajo.



$$4) y = \frac{2x^2}{x + 2} \text{ Asíntota vertical } x = -2$$

por la izda: $-2 - 0,01 = -2,01 \Rightarrow y < 0$; por la dcha: $-2 + 0,01 = -1,99 \Rightarrow y > 0$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2}{x + 2} = \infty$ no tiene asíntota horizontal, pero si oblicua, dividimos numerador entre

denominador y nos queda: $\frac{2x^2}{x + 2} = (2x - 4) + \frac{8}{x + 2} \Rightarrow y = 2x - 4$ asíntota oblicua

Para $x = 10000 \Rightarrow \frac{8}{x + 2} > 0$ por encima

Para $x = -10000 \Rightarrow \frac{8}{x + 2} < 0$ por debajo

